Avaliação para Bolsa de Pós-Graduação
PPG-EM/UERJ- 2015.2

1- Determinar o volume do paralelepípedo do qual três lados tem uma extremidade na origem do sistema de coordenadas e a outra extremidade nos pontos (1;2;4), (3;2;1) e (0;0;1), respectivamente.

2 – Considere o sistema linear

$$x + 2y = \beta$$
$$\alpha x + y = 1$$

cujas incógnitas são x e y. Para quais valores de α e β o sistema tem:

a) uma solução
b) infinitas soluções
c) nenhuma solução

Nos casos em que o sistema tem solução, explicite-as.

3- Um tensor **T** de segunda ordem pode ser pensado como uma aplicação linear do $\mathbf{R}^3$ no $\mathbf{R}^3$, ou seja, um tensor **T** transforma um vetor **u** do $\mathbf{R}^3$ em um vetor **v**, também, do $\mathbf{R}^3$.

Sendo:

$\mathbf{u} = u_1\, \mathbf{i} + u_2\, \mathbf{j} + u_3\, \mathbf{k}$

e

$\mathbf{v} = \mathbf{T\, u}$

onde:

$\mathbf{Tu} = (2u_1 + u_2)\, \mathbf{i} + (u_3 + u_2)\, \mathbf{j} + (2u_1 - u_2)\, \mathbf{k}$

e $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ é uma base ortonormal do $\mathbf{R}^3$.

Encontre os componentes do vetor **v**, sabendo-se que $\mathbf{u} = \mathbf{i} + 2\, \mathbf{j} + 3\, \mathbf{k}$

4 – Seja Q a região limitada pelos gráficos de $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ e $z = 3$. Seja S a superfície de Q e **n** o vetor unitário de uma normal exterior a S.

Use o Teorema da Divergência para calcular a integral de superfície $\iint_S \mathbf{F}.\mathbf{n}\, dS$ quando $\mathbf{F}\,(x,y,z) = x^3\, \mathbf{i} + y^3\, \mathbf{j} + z^3\, \mathbf{k}$.

5 - Considere a seguinte equação diferencial ordinária de segunda ordem:

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} + 4y(x) = g(x)$$

(a) Encontre a solução geral da equação para o caso homogêneo, ou seja, quando $g(x) = 0$.

(b) Encontre a solução geral da equação para o caso não homogêneo onde $g(x) = 4x^2 + 10e^{-x}$.

(c) Encontre a solução da letra (b) para as condições de contorno $y'(0) = 0$ e $y'(\pi) = y(\pi)$.